

PROVA DE AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS - 2021

MATEMÁTICA

Versão A

Alínea c) do n.º 1 do artigo 13.º-C do Decreto-Lei n.º 113/2014, de 16 de julho, republicado pelo Decreto-Lei n.º 11/2020, de 2 de abril.

Duração total da Prova: 120 minutos (Português + Matemática).

Tolerância: 30 minutos

7 Páginas

Para cada resposta, identifique o item a que corresponde.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora científica.

Não é permitido o uso de corretor.

Risque o que pretende que não seja classificado.

A cotação de cada item é de 5 pontos.

O enunciado da prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Utilize folhas diferentes para responder à parte geral de português e à parte específica de matemática.

Formulário

Probabilidades

X é uma variável aleatória discreta, de valores x_i com probabilidades p_i , $1 \leq i \leq n$

- Média de X
 $\mu = p_1x_1 + p_1x_2 + \dots + p_nx_n$
- Desvio padrão de X
 $\sigma = \sqrt{p_1(x_1 - \mu)^2 + p_2(x_2 - \mu)^2 + \dots + p_n(x_n - \mu)^2}$

Probabilidade condicionada de A sabendo que ocorreu B

- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Estatística

Sejam x_i valores observados e dimensão da amostra N

- Média
 $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$
- Variância
 $S^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N-1}$
- Desvio padrão
 $s = \sqrt{S^2}$

Derivadas

- $tmv_{[a,b]} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$
- $(u + v)' = u' + v'$
- $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$
- $(u^n)' = n \times u^{n-1} \times u' \quad (n \in \mathbb{R})$
- $(\text{sen } u)' = u' \times \cos u$
- $(\text{cos } u)' = -u' \times \text{sen } u$
- $(\text{tg } u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
- $(e^u)' = u' \times e^u$
- $(a^u)' = u' \times a^u \times \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$
- $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
- $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \times \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

Modelos de funções de crescimento

Um modelo de crescimento exponencial é definido por uma função do tipo

- $f(x) = a \times b^x, b > 1$

Um modelo de decrescimento exponencial é definido por uma função do tipo

- $f(x) = a \times b^x, 0 < b < 1$

O modelo logístico é uma função do tipo

- $f(x) = \frac{c}{1+a \times e^{-bx}}, a, b, c \in \mathbb{R}^+$

Regras operatórias das potências e dos logaritmos

Sejam $a \neq 0$ e $b \neq 0$:

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $a^n : a^m = a^{n-m}$
- $a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- $a^0 = 1$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, a \in \mathbb{R}^+, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$

Sejam $p \in \mathbb{R}, x, y \in \mathbb{R}^+$ e $a, b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$:

- $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$
- $\log_a(x \times y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^p = p \times \log_a x$
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

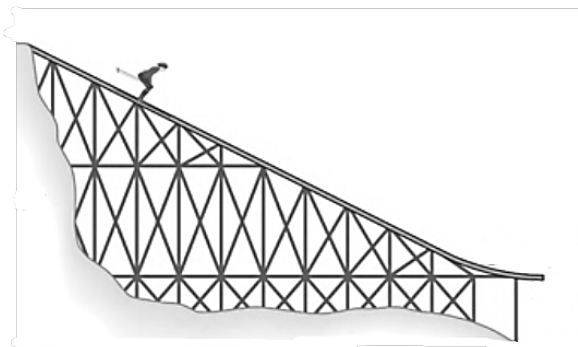
Trigonometria

- Fórmula fundamental da trigonometria: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$
- $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi \vee x = \pi - \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Álgebra

- $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$

1. Os saltos de esqui são uma modalidade de desporto de inverno onde os atletas descem uma rampa, seguindo-se um longo voo sobre uma pista de neve.



- 1.1. Os atletas só podem iniciar a descida após o aparecimento de uma luz verde. Considere que um atleta iniciou a descida 6 segundos após a luz verde acender e que o tempo de descida da rampa foi sete segundos. Considere ainda que a rampa tem uma extensão de 91 metros. Qual o modelo matemático que melhor aproxima a situação descrita, sendo D a distância, em metros, percorrida na rampa pelo atleta e t o tempo, em segundos, decorrido após a luz verde acender?

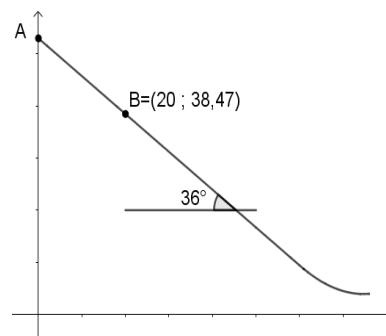
- (A) $D(t) = \begin{cases} 0 & , 0 \leq t \leq 6 \\ t^2 - 6t & , 6 < t \leq 13 \end{cases}$
- (B) $D(t) = t^2 - 6t$, $0 \leq t \leq 13$
- (C) $D(t) = \begin{cases} 0 & , 0 \leq t \leq 6 \\ 15t - 90 & , 6 < t \leq 13 \end{cases}$
- (D) $D(t) = 15t - 90$, $0 \leq t \leq 13$

- 1.2. Num determinado salto, o atleta atingiu a velocidade de 95 km/h no final da rampa. Sabendo que uma milha corresponde a 1609 metros (arredondado às unidades), a velocidade do atleta, em milhas por hora, era aproximadamente:

- (A) 0,06 (B) 59 (C) 153 (D) 88

- 1.3. Considere, num referencial cartesiano, a representação da rampa. O ponto A corresponde à altura a que o atleta inicia a descida, sendo de 53 metros relativamente ao solo.

De acordo com a informação apresentada, o declive da reta que representa a maior parte da rampa pode ser:



- (A) $-0,7265$ (B) $-0,8090$ (C) $-1,3765$ (D) $-0,5878$

1.4. Na parte de voo, a altura, a , do atleta relativamente ao solo, em metros, é dada pela expressão $a(t) = -0,5t^2 + 2,5t + 3$, com t a corresponder ao tempo, em segundos, decorrido após a descolagem ou saída da rampa.

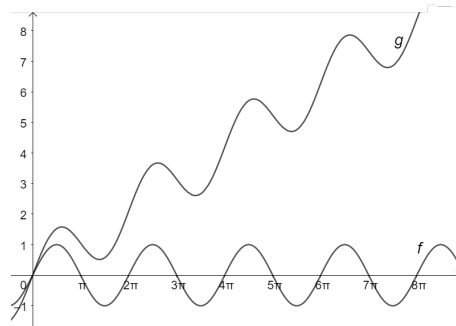
1.4.1. Decorridos 3 segundos, a altura do atleta, em metros, relativamente ao solo era:

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

1.4.2. Pode-se afirmar que:

- (A) Não houve dois momentos em que o atleta esteve à mesma altura do solo.
 (B) O atleta nunca esteve a 6 metros do solo.
 (C) Na descolagem, a altura da rampa ao solo era 2 metros.
 (D) A duração do voo foi de 6 segundos.

2. Considere as seguintes funções f e g representadas graficamente:



Pode-se afirmar que:

- (A) $f(x) = g(x + 8\pi)$ (B) $f(x) = f(x + 2\pi)$ (C) $g(x) = f(x) + 8$ (D) $g(x) = g(x + 2\pi)$

3. Considere a função logística $f(x) = \frac{100}{1+3e^{-0,03x}}$

A equação da **reta que é uma** assíntota ao gráfico de f , **quando $x \rightarrow +\infty$** , é:

- (A) $y = 100$ (B) $x = 100$ (C) $y = \frac{100}{3}$ (D) $x = \frac{100}{3}$

4. O conjunto solução da equação $(4^{3-x})^{2-x} = 1$ é:

- (A) $\{0\}$ (B) $\{0,3\}$ (C) $\{3\}$ (D) $\{2,3\}$

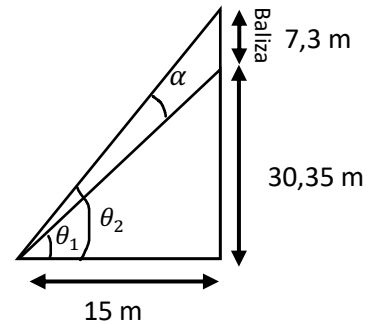
5. Sabendo que $\log_3\left(\frac{\sqrt[3]{81}}{a}\right) = -\frac{17}{3}$. O valor de a é:

- (A) 7^3 (B) 3^7 (C) 3 (D) 7

REDE NORTE

6. Num campo de futebol, com 68 m de largura, a baliza tem 7,3 m. Um jogador está situado na linha lateral à distância de 15 m da linha de fundo e vai rematar à baliza. A amplitude de golo, correspondente à amplitude do ângulo α (arredondado à décima do grau) é:

- (A) 2,6° (B) 3,6° (C) 4,6° (D) 5,6°



7. Sabendo que $y = 2x + 3$ é a equação da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de coordenadas $(3, 9)$, pode-se afirmar que:

- (A) $f'(3) = 2$ (B) $f'(3) = 9$ (C) $f'(3) = 3$ (D) $f'(3) = 0$

8. Considere a tabela, onde f' representa a derivada de uma função f de domínio \mathbb{R}

x		a		b	
$f'(x)$	+	0	+	0	-

- 8.1. Relativamente aos extremos da função f , pode-se afirmar-se que:

- (A) $f(a)$ é mínimo relativo
 (B) $f(a)$ é máximo relativo
 (C) $f(b)$ é máximo relativo
 (D) $f(b)$ é mínimo relativo

- 8.2. Relativamente à monotonia da função f , pode-se afirmar que:

- (A) f é decrescente em $[a, b]$
 (B) f é crescente em $[b, +\infty[$
 (C) f é crescente em \mathbb{R}
 (D) f é crescente em $]-\infty, a]$

9. Considere a função $P(x) = 100 - (x - 30)^2$. A taxa média de variação de P no intervalo $[50, 60]$ é:

- (A) -50 (B) 50 (C) 100 (D) 10

10. Um professor de matemática registou o tempo que 19 alunos de uma turma demoraram a efetuar uma simples multiplicação. Os tempos, em minutos, obtidos e ordenados por ordem crescente foram os seguintes:

0,40	0,45	0,47	0,50	0,56	0,59	1,02	1,04	1,08	1,12
1,13	1,13	1,17	1,19	1,26	1,29	1,34	1,42	1,56	

Qual o valor do 1º quartil?

- (A) 1,26 (B) 0,47 (C) 1,12 (D) 0,56
11. Uma certa balança pesa sempre mais 3 gramas do que o peso real. Pesaram-se 10 maçãs tendo o desvio padrão dos pesos obtidos sido de 20 gramas. Qual o desvio padrão real dos pesos?
- (A) 17 gramas (B) 20 gramas (C) 26 gramas (D) 23 gramas
12. Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam $A, B \subset S$, dois acontecimentos de probabilidade não nula ~~de~~ S . Sabe-se que:
- $P(A \cap B) = 0,1$
 $P(A \cup B) = 0,8$
 $P(A|B) = 0,25$
- Assinale a resposta correta:
- (A) $P(A) = 0,5$ (B) $P(A) = 0,4$ (C) $P(A) = 0,7$ (D) $P(A) = 0,6$
13. Considere A e B dois acontecimentos tais que $P(A) = 0,55$ e $P(A \cup B) = 0,7$. Sabendo que $A \cap B = \emptyset$ (acontecimentos incompatíveis), o valor de $P(B)$ é:
- (A) $P(B) = 0,20$ (B) $P(B) = 0,25$ (C) $P(B) = 0,30$ (D) $P(B) = 0,15$
14. Considere uma caixa contendo 40 bolas de dimensões idênticas, de cores azul e verde. Considere a experiência aleatória que consiste em retirar uma bola dessa caixa. Sabendo que a probabilidade de sair uma bola azul é de 0,6 pode-se afirmar que a caixa tem o seguinte número de bolas verdes:
- (A) 24 (B) 20 (C) 16 (D) 6
15. Seja X a variável aleatória que representa o número de vezes por semana que o Miguel janta fora de casa, **por semana**. A distribuição ~~da função~~ de probabilidade de X é a seguinte:

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,20	0,10	0,40	y	z	0,05

Sabendo que a probabilidade de o João almoçar pelo menos 4 vezes fora de casa durante a semana é igual à probabilidade de almoçar exatamente três vezes fora de casa, o valor de y é:

- (A) 0,20 (B) 0,15 (C) 0,10 (D) 0,05



REDE NORTE